

تبسيط المقادير الجبرية التي تتضمن جذوراً ...

دليل $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a \times a} = a$
 (نتائج هامة) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a \times a} = a$
 ضعي مايلي في أبسط صورته

① $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ لا تصلح للتبسيط «لماذا»

نبحث عن عاملين أحدهما أو كلاهما «مربع كامل» يخرج منه تحت الجذر مثل $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3}$ عدد صحيح

$\therefore \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ ليس له عوامل

② $\sqrt{18} \times \sqrt{3} = \sqrt{18 \times 3} = \sqrt{54}$

$\sqrt{18} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 2 \times 3 = 6$

③ $\sqrt{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{9 \times 3}}{\sqrt{4 \times 2}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

جمع وطرح الجذور ...

الجدور لا بد أن يتأدى دليل الجذر

$\sqrt{2} + \sqrt{3}$ لا يمكن الجمع لاختلاف الدليل $\sqrt{2} + \sqrt{2}$ لا يمكن لاختلاف الجذور

أو جدي الناتج في أبسط صورته

① $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32}$

$\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32} = \sqrt{2}(1 + 2 + 3 + 4)$

② $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

أولاً نبسط الجذور $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

إنتاج $10\sqrt{2} = \sqrt{2}(1+2+3+4)$

ضرب وقسمة الجذور ...

عكس $a = \sqrt{a} \times \sqrt{a}$ $b = \sqrt{b} \times \sqrt{b}$ $P = \sqrt{P} \times \sqrt{P}$

في أبسط صورته لا يوجد جذور في المقام $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ ليس في أبسط صورته لابد المقام

الكل من جذور المقام «علية انطاق المقام»

ضعي مايلي في أبسط صورته

① $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ الحل $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

لا حظ حدبين أحدهما أو كلاهما
تحت الجذر

مرافقة العدد

العدد x مرافقه = (الاول) - (الثاني)

مثال: أوجدني نتائج في أبسط صورته

$$(2\sqrt{3} + \sqrt{12}) - (\sqrt{3} + \sqrt{12}) = (2\sqrt{3} - \sqrt{3}) + (\sqrt{12} - \sqrt{12}) = \sqrt{3}$$

المحل

$$\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{12}}{2\sqrt{3} + \sqrt{12}} \times \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{12}}{2\sqrt{3} - \sqrt{12}} = \frac{(2\sqrt{3} - \sqrt{12})^2}{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{12})^2} = \frac{12 - 4\sqrt{36} + 12}{12 - 12} = \frac{24 - 24}{0} = \frac{0}{0}$$

المعادلات الجذرية ...

هذه المعادلات التي يظهر فيها المنفرد تحت الجذر
للتخلص منه نأخذ بالتربيع

مثال: أوجدني مجموعة حل المعادلات التالية

$$\textcircled{1} \sqrt{x+3} = 3 \Rightarrow x+3 = 9 \Rightarrow x = 6$$

$$\textcircled{2} \sqrt{x+3} = -2 \Rightarrow x+3 = 4 \Rightarrow x = 1$$

مجموعة الحل {6}

مقارنة الجذور ...

للتقارن بين الجذور لابد من توحيد الدليل
أو الجذور

- $\sqrt{5} < \sqrt{2}$ الدليل متساوي : نقارن حسب الجذور الأكبر $\sqrt{5} < \sqrt{2}$
- * $\sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ الترتيب التصاعدي لها هو $\sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$
- $\sqrt{8} > \sqrt{7}$ الجذور متساوي : نقارن حسب الدليل كلما زاد الدليل قلت قيمة العدد
- $\sqrt{9} < \sqrt{7} < \sqrt{6}$ الترتيب التصاعدي لها هو $\sqrt{9} < \sqrt{7} < \sqrt{6}$
- $\sqrt{6} < \sqrt{7} < \sqrt{8}$ الدليل والجذور مختلفان : هنا لابد من توحيد الدليل

مثال: (بني ما يلي) تنازليا $\sqrt{8}, \sqrt{3}, \sqrt{2}$ ← لوجد الدليل

الترتيب هو $\sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{8}$



المصفوفات ...

هو طريقة لتنظيم البيانات على شكل صفوف وأعمدة

↓ اعمدة ↓

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \text{س} \leftarrow \text{رمز الصفوف}$$

→ 3 صفوف و عمودين

مرتبة المصفوفة = عدد الصفوف × عدد الأعمدة

مرتبة س هي 3 × 2
 عناصر المصفوفة س = 3
 نفس الرتبة
 تساوي المصفوفات إذا كان لها كل عنصر يساوي نظيره في المصفوفة الأخرى

س = 1 -
 العنصر الموجود في الصف الثاني والعمود الثاني

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

مثال إذا كان

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

أو جدي قيد س

الحل: المصفوفتان متساويتان

ضرب مصفوفة بعدد ...

في كل عنصر من المصفوفة نظيره في 2

$$\begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 10 & 7 \\ 12 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \times 3 & 3 \times 0 \\ 3 \times 10 & 3 \times 7 \\ 3 \times 12 & 3 \times 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \times 3$$

مثال

جمع وطرح المصفوفات ...

يمكن جمع وطرح المصفوفات إذا تساوت الرتبة

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+2 \\ 3+2 \\ 0+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

مثال

المصفوفة المحايدة هي المصفوفة الصفريه

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \\ 7 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 2 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$$

مثال

النظر الجعي للمصفوفة P هو -P

ملاحظة

مثال: إذا كان س

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \text{س} \quad \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \text{س} - \text{س}$$

الحل: نجد س - س =

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

مثال: إذا كان س

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \text{س} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \times 2 = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$$

ضرب المصفوفات . . .

لا يمكن إجراء عملية ضرب المصفوفات، إلا إذا كان عدد أعمدة المصفوفة الأولى = عدد صفوف المصفوفة الثانية

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

3×3 3×2

يمكن إجراء الضرب وننتج من الرتبة 3×2

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$$

3×2 3×2

لا يمكن إجراء عملية الضرب

خطوات ضرب مصفوفة في أخرى

نأخذ كل صف من الأول ونضربه في أعمدة المصفوفة الثانية

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

3×3 3×2

هكذا مع الصف الثاني

نضع المصفوفة الثانية

	2×2	1×2	2×2	
نضرب الأول الأول	2×2	1×2	2×2	\times
نضرب الثاني مع الثاني	$1 \times 2 + 2 \times 1$	$0 \times 2 + 1 \times 1$	$3 \times 2 + 2 \times 1$	\leftarrow
	5	1	8	\leftarrow
نضع المصفوفة الأولى هنا بنفس الترتيب	$1 \times 2 + 2 \times 0$	$0 \times 2 + 1 \times 0$	$3 \times 2 + 2 \times 0$	\leftarrow
	2	0	6	\leftarrow

أولاً نستخدم الجدول لتنظيم العملية

ننتج من الرتبة 3×2

$$\begin{bmatrix} 5 & 1 & 8 \\ 2 & 0 & 6 \\ 3 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

النتيجة

ملاحظة

$$P \times Q \neq Q \times P$$

ليست إبدالية

$$\Delta = 7 - 1 \times 0 = 7 \times 1 - 0 \times 2 = 7$$

دمزه Δ أو Δ

محدد المصفوفة

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

القطر الرئيسي القطر الأيمن

$$1 \times 2 - 2 \times 2 = \Delta \quad \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

مصفوفة ضرب = Δ

ملاحظة: المصفوفة المنعكسة هي المصفوفة التي محدها يساوي صفها

النظير الضرب للمصفوفة P^{-1} رمزها

$$P^{-1} \times P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

كيف نجد النظير الضربي للمصفوفة

أولاً نأخذ المحدد $\Delta = 7 - 1 \times 0 = 7$ مصفوفة ناتجة من تبديل عناصر القطر الأيمن

$$P = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

وتغير إشارة القطر الأيسر $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \times \frac{1}{\Delta} = P^{-1}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{7} & \frac{0}{7} \\ \frac{0}{7} & \frac{2}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \times \frac{1}{7} = \text{النظير الضربي}$$

$$P^{-1} \times P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

لنتأكد

حل المعادلات الخطية باستخدام المصفوفات . . .

على شكل المصفوفات

باستخدام المعادلات المصفوفة

من خلال إجراء عمليات حسابية على المصفوفة

وضع المعادلتين على شكل 3 مصفوفات

التي تتضمن المعادلات والثوابت

تبدل صف مكان صف \oplus ضرب صف في عدد \otimes جمع أو طرح صفين \oplus الدمج بين الصفين \oplus

$$[] = [] \times []$$

المعادلات المصفوفات الثوابت



حل المعادلات المصفوفية . . .

مثال: حل المعادلتين التاليتين آتياً

$$0 = 11x + 3y \quad 4 = 11x - 3y$$

الحل: تأكد منه وضع المتغيرات بنفس الترتيب من ثم من ثم = ثم ثابت في طرف

$$\text{احرصي على الترتيب والتنظيم} \quad \begin{bmatrix} 11 & 3 \\ 11 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ 4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

نفسا فكرة حل المعادله نضع المتغير في طرف

نتخلص منه مصفوفه المعاملات بالضرب في المنظم العكسي لها في طرفي المعادله

$$\begin{bmatrix} 11 & 3 \\ 11 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ 4 \end{bmatrix} \times \frac{1}{11} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4/11 \end{bmatrix} \quad \Delta = 0 - 11 - (-33) = 22$$

$$\text{ضرب كل اويه كل طرف} \quad \begin{bmatrix} 11 & 3 \\ 11 & -3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1/11 \\ 1/11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4/11 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3/11 \\ 1 & -3/11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4/11 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{مجموع} \\ \text{المجموع} = \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3/11 \\ 0 & -6/11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4/11 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{مجموع} \\ \text{المجموع} = \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \end{matrix}$$

حل المعادلتين أو نقطه تقاطع

باستخدام عمليات الصف البسيط . . .

حل نضع المثال البسيط نضع المعاملات والثوابت على شكل مصفوفه

بعد ترتيب المعادلتين من ثم من ثم = ثم ثابت

$$\begin{bmatrix} 11 & 3 & -11 \\ 11 & -3 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{المعاملات} \\ \text{الثوابت} \end{matrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 3 & -11 \\ 0 & -6 & 22 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{قيمه من} \\ \text{قيمه من} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 3 & -11 \\ 0 & -6 & 22 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{اول خطوه من ديه من} \\ \text{تبدل المصفوفين} \end{matrix}$$

من ثم تعدي الصف الاول

كيف تجعل 3 = 0 يعني ضرب صف 2 - x صف 1

$$\begin{bmatrix} 11 & 3 & -11 \\ 0 & -6 & 22 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{العمليات} \\ 11 \times 2 - 3 \times 11 = 22 - 33 = -11 \\ 11 \times 3 - 3 \times 11 = 33 - 33 = 0 \end{matrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 3 & -11 \\ 0 & -6 & 22 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{نقسم صف 2 على} \\ \text{المحصله} \end{matrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 3 & -11 \\ 0 & -1 & 11 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{قيمه من} \\ \text{قيمه من} \end{matrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 3 & -11 \\ 0 & -1 & 11 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{قيمه من} \\ \text{قيمه من} \end{matrix} \quad (7)$$

وهنا

